









LEYES LÓGICAS Y PROPIEDADES DE CONJUNTOS

LEYES LÓGICAS CON \Leftrightarrow	PROPIEDADES DE CONJUNTOS	CONECTIVOS Y SIGNIFICADOS
1.- INVOLUCIÓN $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$	1.- INVOLUCIÓN $(A^c)^c = A$	1) \sim NO 2) \wedge Y (también) 3) \vee O (sentido incluyente) 4) \Rightarrow Entonces 5) \Leftrightarrow Si y sólo si 6) ∇ O (sentido excluyente)
2.- IDEMPOTENCIA $p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$	2.- IDEMPOTENCIA $A \cap A = A$ $A \cup A = A$	REGLAS DE INFERENCIA
3.- ASOCIATIVA $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow p \vee (q \wedge r)$	3.- ASOCIATIVA $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$	
4.- DISTRIBUTIVA $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	4.- DISTRITUTIVA. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	1.- M.P.P. 2.- M.T.T.
5.- CONMUTATIVA $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$	5.- CONMUTATIVA. $A \cap B = B \cap A$ $A \cup B = B \cup A$ $A \Delta B = B \Delta A$	 
6.- LEYES DE "DE MORGAN" $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ $\sim(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \Leftrightarrow q$ $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$	6.- LEYES DE "DE MORGAN" $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	3.- M.T.P. 4.- S.H.
7.- LEY DE LA CONDICIONAL $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$	7.- NEUTROS. $A \cap U = A$ $A \cup \phi = A$	 
8.- LEY DE LA CONTRARECIP. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$	8.- $A \cup U = U$ $A \cap \phi = \phi$	5.- D.D. 6.- A.C.
9.- LEY DE LA BICONDICIONAL $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	9.- LEYES DE COMPLEMENTO. $A \cap A^c = \phi$ $A \cup A^c = U$	 
10.- LEY DE IDENTIDAD $p \wedge V \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	10.- LEY * $A \cap (A \cup B) = A$ $A \cup (A \cap B) = A$	7.- A.D. 8.- SIMPL.
11.- LEY DE ABSORCIÓN $p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee V \Leftrightarrow V$	11.- LEY ** $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$ $A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$	 
12.- LEY DEL COMPLEMENTO $p \wedge \sim p \Leftrightarrow F$ $p \vee \sim p \Leftrightarrow V$	12.- PROP. DE LA DIFERENCIA. $A - B = A \cap B^c$	
13.- LEY $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$		
14.- LEY $p \wedge (\sim p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge q$ $p \vee (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee q$		

SISTEMAS DE COORDENADAS RECTANGULARES.

OX: Eje de las abscisas.

OY: Eje de las ordenadas.

Distancia entre dos puntos

$$\overline{P_1Q} = |x_2 - x_1|$$

$$\overline{P_2Q} = |y_2 - y_1|$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

División de un segmento en una razón dada:

Si P_1 y P_2 son extremos de un segmento $\overline{P_1P_2}$, las coordenadas del punto de división P , son:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r} \quad ; \quad y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r} \quad , r \neq -1.$$

- i) Si $r > 0$, el punto P es interno al segmento dirigido $\overline{P_1P_2}$.
- ii) Si $r < 0$, el punto P es externo al segmento dirigido $\overline{P_1P_2}$.
- iii) Si $r = 1$, tenemos el punto medio del segmento dirigido $\overline{P_1P_2}$.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad ; \quad \bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Pendiente de una recta:

- i) α ángulo de inclinación $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.
- ii) Si $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ su pendiente es positiva.
- iii) Si $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ su pendiente es negativa.

$$m = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{pendiente})$$

Rectas paralelas y perpendiculares:

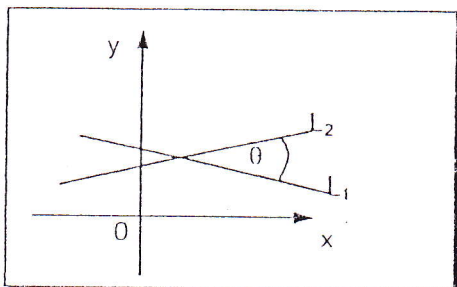
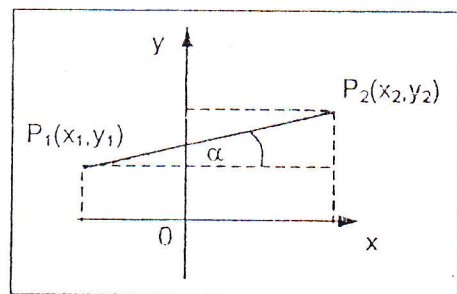
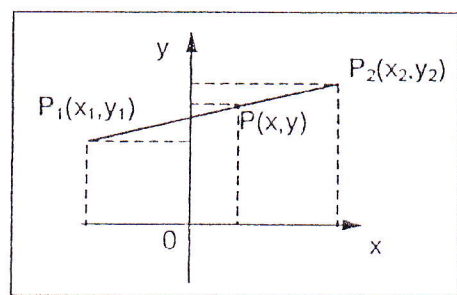
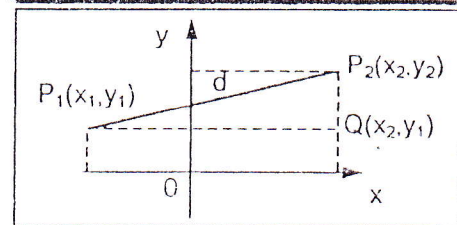
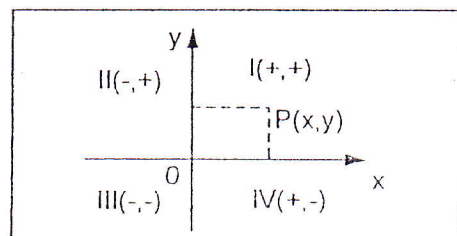
- i) Si L_1 es paralela a L_2 , entonces $m_1 = m_2$.
- ii) Si L_1 es perpendicular a L_2 , entonces $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Ángulo entre dos rectas:

Si L_1 y L_2 son dos rectas que se cortan con pendientes m_1 y m_2 respectivamente, y si θ es el ángulo entre L_1 y L_2 , entonces:

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

Tal que L_2 sea la recta con mayor ángulo de inclinación, y $\theta \neq 90^\circ$.



Área de un triángulo.

El área de un triángulo S que tiene por vértices los puntos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$, es:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Cuyo desarrollo es:

$$S = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_1|.$$

LA LÍNEA RECTA.

Ecuaciones Para Una Recta:

- a) Paralela al eje "y" : $x = h$; $h \in \mathbb{R}$.
 - b) Paralela al eje "x" : $y = k$; $k \in \mathbb{R}$.
 - c) La forma punto pendiente : $y - y_1 = m(x - x_1)$.
 - d) La forma de los dos puntos : $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; $x_1 \neq x_2$.
 - e) Forma pendiente y ordenada al origen : $y = mx + b$.
 - f) Forma de las coordenadas al origen : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (Ecuación simétrica o segmentaria de la recta).
 - g) La forma general : $Ax + By + C = 0$; A, B, C son constantes arbitrarias.
 - h) Forma normal de la ecuación de una recta : $x \cos \omega + y \sin \omega - p = 0$.
 - i) Reducción a la forma normal : $\frac{A}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} x + \frac{B}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0$.
- Signo del radical. $r = \pm \sqrt{A^2 + B^2}$
- i) Si $C \neq 0$, r es de signo contrario a "C".
 - iii) Si $C = 0$ y $B \neq 0$, r y B tienen mismo signo.
 - iv) Si $C = B = 0$, r y A tienen el mismo signo.

Distancia y Sentido de una Recta a un Punto:

La distancia dirigida "d" desde la recta dada $L: Ax + By + C = 0$, al punto dado $P_1(x_1, y_1)$.

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Bisectriz de un Angulo:

Dado $L_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ y $L_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, la ecuación de la bisectriz es dada por:

$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\pm \sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\pm \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Familia de Rectas que Pasan por la Intersección de Dos Rectas:

Dado: $L_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ y $L_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$, entonces la tercera recta que pasa por la intersección de L_1 y L_2 es dada por:

$$A_1x + B_1y + C_1 + k(A_2x + B_2y + C_2) = 0.$$

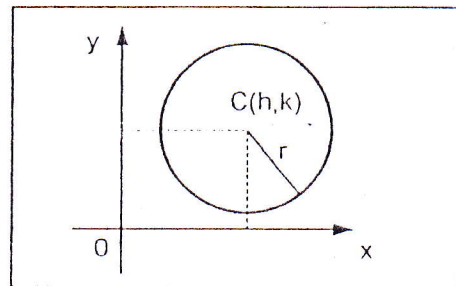
CIRCUNFERENCIA.

Definición.- Una circunferencia es el conjunto de puntos del plano cuya distancia (no dirigidas) a un punto fijo son iguales.

Ecuación ordinaria de la circunferencia de centro $C(h,k)$ y radio $r > 0$.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si el centro de la circunferencia está en el origen, entonces $h = 0$ y $k = 0$ por tanto su ecuación es $x^2 + y^2 = r^2$ y recibe el nombre de *ecuación de la circunferencia en su forma canónica*.



Casos Particulares:

a) **Circunferencia Tangente al eje "x".** En este caso $|k| = r$:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = k^2.$$

b) **Circunferencia Tangente al eje "y".** En este caso $|h| = r$:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = h^2.$$

c) **Circunferencia Tangente a los ejes coordenados.** En este caso $|h| = |k| = r$:

$$(x - h)^2 + (y - h)^2 = h^2$$

Ecuación General de la Circunferencia:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$h = -\frac{D}{2} ; k = -\frac{E}{2} ; r = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}}$$

Familia de Circunferencias que Pasan por la Intersección de Dos Circunferencias Dadas:

$$C_1: x^2 + y^2 + D_1x + E_1y + F_1 = 0$$

$$C_2: x^2 + y^2 + D_2x + E_2y + F_2 = 0$$

$$\text{Entonces} \quad : x^2 + y^2 + D_1x + E_1y + F_1 + k(x^2 + y^2 + D_2x + E_2y + F_2) = 0$$

$$\text{Eje radical L} \quad : (D_1 - D_2)x + (E_1 - E_2)y + (F_1 - F_2) = 0.$$

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Traslación de Ejes:

$$\begin{aligned} x &= x' + h & x' &= x - h. \\ y &= y' + k & y' &= y - k. \end{aligned}$$

Rotación de Ejes:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \theta - y' \sin \theta & x' &= x \cos \theta + y \sin \theta. \\ y &= x' \sin \theta + y' \cos \theta & y' &= -x \sin \theta + y \cos \theta. \end{aligned}$$

LA PARÁBOLA.

Definición.- Una parábola es el conjunto de todos los puntos en el plano que equidista de una recta fija, llamada directriz y un punto fijo, denominado foco, que no pertenece a la recta.

V : Vértice.

F : Foco.

DD' : Directriz.

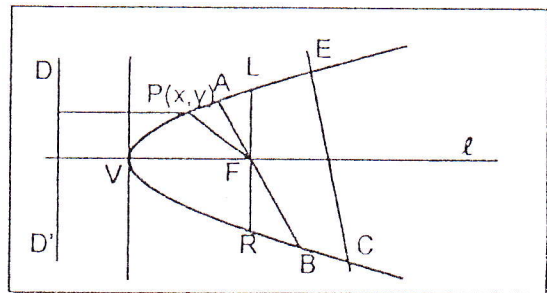
LR : Lado Recto.

ℓ : Eje de Simetría.

CE : Cuerda.

AB : Cuerda Focal.

PF : Radio Vector.



Ecuación de la Parábola:

Ecuación de la parábola con vértice en el origen de los ejes coordenados y eje de simetría en el eje "x":

$$y^2 = 4px \quad ; \quad LR = |4P|$$

- j) Si $P > 0$, el foco estará en la parte positiva del eje "x" (la concavidad de la gráfica esta hacia la derecha).
- k) Si $P < 0$, el foco estará en la parte negativa del eje "x" (la concavidad de la gráfica esta hacia la izquierda).

Ecuación de la parábola con vértice en el origen de los ejes coordenados y eje de simetría en el eje "y".

$$x^2 = 4py \quad ; \quad LR = |4P|$$

- i) Si $P > 0$, el foco estará en la parte positiva del eje "y" (la concavidad de la gráfica esta hacia arriba).
- ii) Si $P < 0$, el foco estará en la parte negativa del eje "y" (la concavidad de la gráfica esta hacia abajo).

Ecuación de la parábola con vértice (h,k) y eje de simetría paralelo al eje "x".

$$(y - k)^2 = 4P(x - h)$$

Elementos de la parábola:

Vértice : V(h,k).

Lado Recto : LR = |4P|.

Foco : F(h+P,k).

Ecuación de la Directriz : $x = h - P$

Coordenadas de los extremos del lado recto : L(h+P ; k+|2P|) ; R(h+P ; k - |2P|).

Longitud del radio vector : $r = |x_1 - h + P|$

LA ELIPSE.

Definición.- Una elipse es el conjunto de todos los puntos del plano colocados de tal manera que la suma de sus distancias de cada uno de ellos a dos puntos fijos, llamados focos es constante.

Elementos de una Elipse:

Centro : C

Vértice : (V₁, V₂).

Focos : (F₁, F₂).

Eje focal : ℓ .

Eje normal : ℓ_1 .

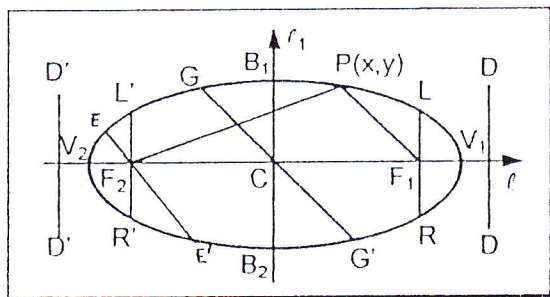
Directrices : DD y D'D'.

Lado Recto : LR_i L'R'

Cuerda Focal : EE'.

Diámetro : GG'.

Radio Vector: (PF₁ y PF₂).



Ecuaciones Canónicas de la Elipse con Centro en el Origen y Eje Focal en el Eje "x":

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

$$b^2 = a^2 - c^2.$$

$$|V_1V_2| = 2a \quad ; \quad |F_1F_2| = 2c$$

$$|B_1B_2| = 2b$$

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1$$

$$\text{Ecuación de las directrices: } x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e}$$

$$\text{Distancia entre las directrices: } d = \frac{2a^2}{c} = \frac{2a}{e}$$

Ecuación de la Elipse en su forma ordinaria de centro (h,k).

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

C(h,k).

V₁(h+a,k); V₂(h-a,k).

F₁(h+c,k); F₂(h-c,k).

B₁(h,k+b); B₂(h,k-b).

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

L (h+c,k+b²/a); R (h+c,k-b²/a).

L' (h-c,k+b²/a); R' (h-c,k-b²/a).

$$x = h \pm a/e$$

$$d = 2a^2/c = 2a/e$$

Radio vectores:

$$r_1 = a - ex_1, \text{ foco derecho.}$$

$$r_2 = a + ex_1, \text{ foco izquierdo.}$$

Ecuaciones Canónicas de la Elipse con Centro en el Origen y Eje Focal en el Eje "y":

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Ecuación de las directrices:

$$y = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e}$$

Ecuación de la Elipse en su forma ordinaria de centro (h,k).

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

Elementos:

C(h,k).

V₁(h,k+a); V₂(h,k-a).

F₁(h,k+c); F₂(h,k-c).

B₁(h+b,k); B₂(h-b,k).

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

L (h+b²/a,k+c); R (h-b²/a,k+c).

L' (h+b²/a,k-c); R' (h-b²/a,k-c).

$$y = k \pm a/e$$

$$d = 2a^2/c = 2a/e$$

Radio vectores:

$$r_1 = a - ex_1, \text{ foco superior.}$$

$$r_2 = a + ex_1, \text{ foco inferior.}$$

Ecuación General de la Elipse:

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 ; A, C > 0; A \neq C.$$

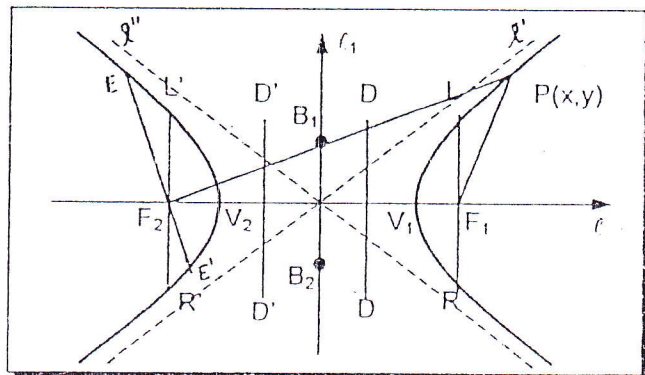
$$h = -\frac{D}{2A} ; k = -\frac{E}{2C} ; a^2 = \frac{t}{A} ; b^2 = \frac{t}{C}$$

$$t = \frac{D^2}{4A} + \frac{E^2}{4C} - F$$

LA HIPÉRBOLA.

Definición.- Una hipérbola es un conjunto de todos los puntos del plano colocados de tal forma que la diferencia de sus distancias de cada uno de ellos a 2 puntos fijos, llamados focos, es constante.

C: Centro.
 V_1, V_2 : Vertices.
 F_1, F_2 : Focos.
 ℓ : Eje focal
 ℓ_1 : Eje Normal.
 ℓ', ℓ'' : Asíntotas.
 $DD', D'D'$: Directrices.
 $LR, L'R'$: Lado recto.
 EE' : Cuerda Focal.
 PF_1, PF_2 : Radio Vector.



Ecuaciones Canónicas de la Hipérbola con Centro en el Origen y Eje Focal en el Eje "x":

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

$V_1V_2 = 2a$ eje transversal o eje focal.

$B_1B_2 = 2b$ eje conjugado o eje normal.

$F_1F_2 = 2c$ distancia focal.

$$c^2 - a^2 = b^2.$$

$$LR = \frac{2b^2}{a}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} > 1$$

$$x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e} \text{ ecuación de la directriz.}$$

$$d = \frac{2a^2}{c} = \frac{2a}{e} \text{ distancia entre las directrices.}$$

$$y = \pm \frac{b}{a}x \text{ asíntotas.}$$

Ecuación de la Hipérbola en su forma ordinaria de centro (h,k).

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

$C(h,k)$.

$V_1(h+a,k); V_2(h-a,k)$.

$F_1(h+c,k); F_2(h-c,k)$.

$B_1(h,k+b); B_2(h,k-b)$.

$L(h+c,k+b^2/a); R(h+c,k-b^2/a)$.

$L'(h-c,k+b^2/a); R'(h-c,k-b^2/a)$.

$x = h \pm a/e$, Ec. directrices.

$y - k = \pm (b/a)(x-h)$ Asíntotas

$r = |ex_1 \mp a|$, radio vector, derecho, izquierdo.

Ecuaciones Canónicas de la Hipérbola con Centro en el Origen y Eje Focal en el Eje "y":

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$y = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e} \text{: Ecuación de las directrices.}$$

$$y = \pm \frac{a}{b}x \text{: Asíntotas.}$$

Ecuación de la Hipérbola en su forma ordinaria de centro (h,k) .

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Elementos:

$C(h,k)$.

$V_1(h,k+a)$; $V_2(h,k-a)$.

$F_1(h,k+c)$; $F_2(h,k-c)$.

$B_1(h+b,k)$; $B_2(h-b,k)$.

$L(h+b^2/a,k+c)$; $R(h-b^2/a,k+c)$.

$L'(h+b^2/a,k-c)$; $R'(h-b^2/a,k-c)$.

$y = k \pm a/e$, Ec. directrices.

$y - k = \pm(a/b)(x-h)$ Asintotas

$r = |ex, \mp a|$, radio vector, superior e inferior.

Ecuación General de la Hipérbola:

$$Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

$$h = -\frac{D}{2A} ; k = \frac{E}{2C} ; t = \frac{D^2}{4A} - \frac{E^2}{4C} - F ; a^2 = \frac{t}{A} ; b^2 = \frac{t}{C}.$$